

公共课考试科目大纲--《高等数学》

复习要求

参加专升本入学考试的考生应按本大纲的要求,掌握《高等数学》课程中函数、极限和连续、一元函数微分学、一元函数积分学、无穷级数、常微分方程、向量代数与空间解析几何的基本概念、基本理论和基本方法。考生应注意各部分知识的结构及知识的联系;具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和空间想象能力;能运用基本概念、基本理论和基本方法进行推理、证明和计算;能运用所学知识分析并解决一些简单的实际问题。

考试内容

A、函数、极限和连续

(一)函数、极限

1. 理解函数的概念,会求函数的定义域、表达式及函数值,会作出一些简单的分段函数图像;
2. 掌握函数的单调性、奇偶性、有界性和周期性;
3. 理解函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 之间的关系(定义域、值域、图像),会求单调函数的反函数;
4. 掌握函数的四则运算与复合运算;掌握复合函数的复合过程;
5. 掌握基本初等函数的性质及其图像;
6. 理解初等函数的概念;

7. 会建立一些简单实际问题的函数关系式。

(二) 极限

1. 理解极限的概念，能根据极限概念描述函数的变化趋势；理解函数在一点处极限存在的充分必要条件，会求函数在一点处的左极限与右极限；

2. 理解极限的唯一性、有界性和保号性，掌握极限的四则运算法则；

3. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的性质，无穷小量与无穷大量的关系；会比较无穷小量的阶(高阶、低阶、同阶和等价)；会运用等价无穷小量替换求极限；

4. 理解极限存在的两个收敛准则(夹逼准则与单调有界准则)，掌握两个重要极限：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e,$$

并能用这两个重要极限求函数的极限。

(三) 连续

1. 理解函数在一点处连续的概念，函数在一点处连续与函数在该点处极限存在的关系；会判断分段函数在分段点的连续性；

2. 理解函数在一点处间断的概念，会求函数的间断点，并会判断间断点的类型；

3. 会利用初等函数的连续性求函数的极限；

4. 掌握闭区间上连续函数的性质：最值定理(有界性定理)，介值定理(零点存在定理)；会运用介值定理推证一些简单命题。

B、一元函数微分学

(一) 导数与微分

1. 理解导数的概念及其几何意义, 了解左导数与右导数的定义, 理解函数的可导性与连续性的关系, 会用定义求函数在一点处的导数;

2. 会求曲线上一点处的切线方程与法线方程;

3. 熟记导数的基本公式, 会运用函数的四则运算求导法则, 复合函数求导法则和反函数求导法则求导数。会求分段函数的导数;

4. 会求隐函数的导数; 掌握对数求导法与参数方程求导法;

5. 理解高阶导数的概念, 会求一些简单的函数的 n 阶导数;

6. 理解函数微分的概念, 掌握微分运算法则与一阶微分形式不变性, 理解可微与可导的关系, 会求函数的一阶微分。

(二) 中值定理及导数的应用

1. 理解罗尔(Rolle)中值定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理及它们的几何意义, 理解柯西(Cauchy)中值定理、泰勒(Taylor)中值定理; 会用罗尔中值定理证明方程根的存在性。会用拉格朗日中值定理证明一些简单的不等式;

2. 掌握洛必达(L' Hospital)法则, 会用洛必达法则求以下型未定式的极限。

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, "0 \cdot \infty", "\infty - \infty", "1^\infty", "0^0" \text{ 和 } "\infty^0"$$

3. 会利用导数判定函数的单调性, 会求函数的单调区间, 会利用函数的单调性证明一些简单的不等式;

4. 理解函数极值的概念，会求函数的极值和最值，会解决一些简单的应用问题；

5. 会判定曲线的凹凸性；

6. 会求曲线的渐近线(水平渐近线、垂直渐近线和斜渐近线)；

7. 会描绘一些简单的函数的图形。

C、一元函数积分学

(一)不定积分

1. 理解原函数与不定积分的概念及其关系，理解原函数存在定理，掌握不定积分的性质；

2. 熟记基本不定积分公式；

3. 掌握不定积分的第一类换元法(“凑”微分法)，第二类换元法(代入换元与一些简单的根式换元)；

4. 掌握不定积分的分部积分法；

5. 会求一些简单的有理函数的不定积分。

(二)定积分

1. 理解定积分的概念与几何意义,掌握定积分的基本性质；

2. 理解变限积分函数的概念，掌握变限积分函数求导的方法；

3. 掌握牛顿—莱布尼茨(Newton—Leibniz)公式；

4. 掌握定积分的换元积分法与分部积分法；

5. 理解无穷区间上有界函数的广义积分的概念，掌握其计算方法；

6. 会用定积分计算平面图形的面积。

D、无穷级数

(一) 数项级数

1. 理解级数收敛、级数发散的概念和级数的基本性质，掌握级数收敛的必要条件；

2. 熟记几何级数 $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$, 调和级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, p -级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 的敛散性，会用正项级数的比较审敛法与比值审敛法判别正项级数的敛散性；

3. 理解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念；会用莱布尼茨 (Leibnitz) 判别法判别交错级数的敛散性。

(二) 幂级数

1. 理解幂级数、幂级数收敛及和函数的概念；会求幂级数的收敛半径与收敛区间；

2. 掌握幂级数和、差、积的运算；

3. 掌握幂级数在其收敛区间内的基本性质：和函数是连续的、和函数可逐项求导及和函数可逐项积分；

4. 熟记的麦克劳林 (Maclaurin) 级数，会将一些简单的初等函数 e^x , $\ln(1+x)$, $\frac{1}{1-x}$ 展开为 $x-x_0$ 的幂级数。

E、常微分方程

(一) 一阶常微分方程

1. 理解常微分方程的概念，理解常微分方程的阶、解、通解、初始条件和特解的概念；

2. 掌握可分离变量微分方程与齐次方程的解法；

3. 会求解一阶线性微分方程。

(二)二阶常系数线性微分方程

1. 理解二阶常系数线性微分方程解的结构；
2. 会求解二阶常系数齐次线性微分方程。

F、向量代数与空间解析几何

(一)向量代数

1. 理解向量的概念，掌握向量的表示法，会求向量的模、非零向量的方向余弦和非零向量在轴上的投影；
2. 掌握向量的线性运算(加法运算与数量乘法运算)，会求向量的数量积与向量积；
3. 会求两个非零向量的夹角，掌握两个非零向量平行、垂直的充分必要条件。

(二)平面与直线

1. 会求平面的点法式方程与一般式方程；会判定两个平面的位置关系；
2. 会求点到平面的距离；
3. 会求直线的点向式方程、一般式方程和参数式方程；会判定两条直线的位置关系；
4. 会求点到直线的距离，两条异面直线之间的距离；
5. 会判定直线与平面的位置关系。

参考书目

高等数学（第七版，上、下册），同济大学应用数学系主编 高

等教育出版社

考试细则

《高等数学》试卷包括选择题、填空题、解答题和证明题题型。选择题和填空题占总分的 40% 左右，解答题和证明题占总分的 60% 左右。

考试不允许考生携带计算器。考试形式为闭卷书面。